

2015
2016

Profielwerkstuk

'*De katapult*'

| Kinetica | Natuurkunde |

In dit verslag bevindt zich een onderzoek over een eigengebouwde katapult. Waarbij onderzoek gedaan wordt over de krachten en bewegingen.



Jeremy Jay Rösner
Dinxperlo
Vakdocent: Arend-Jan Luttkhedde
Graafschap College VAVO
4-1-'16



Inhoudsopgave

Inleiding	Pagina 2
Deelvraag 1 <i>'Welke verschillende katapulten werden er in de middeleeuwen gebruikt?'</i>	Pagina 4
Deelvraag 2 <i>'Waar moet je aan denken bij het bouwen van een katapult?'</i>	Pagina 6
Deelvraag 3 <i>'Welk effect hebben de werphoek en de kracht op de hoogte, de afstand en de snelheid van een object?'</i>	Pagina 13
Deelvraag 4 <i>'Welke krachten en versnellingen heeft een object als deze wordt afgeschoten?'</i>	Pagina 19
Conclusie <i>'Wat zijn de ideale omstandigheden bij het afvuren van een object met een katapult?'</i>	Pagina 24
Evaluatie	Pagina 25
Literatuurlijst	Pagina 25
Logboek	Pagina 26
Bijlagen	Bijgevoegd

Inleiding

In dit profielwerkstuk ga ik dieper in de natuurkunde duiken. Ik wil graag een werkstuk maken waarin ik plezier kan hebben en waar ik veel van kan leren.

Zo ben ik gaan zoeken naar verschillende subonderwerpen in de natuurkunde. Al snel viel mijn oog op de kinetica. Maar wat is kinetica nou eigenlijk en wat doet het?

Kinetica

Kinetica is een onderdeel van dynamica. Hierin onderzoekt men de gevolgen van krachten op een bepaalde beweging. Bij kinetica wordt ook wel gesproken over de 'leer der bewegingskrachten'. Hierin wordt onderzoek gedaan naar samenhang tussen krachten en bewegingen. In de kinetica wordt een voorspelling over de baan van een object gemaakt. Daarnaast wordt er dan ook naar de krachten gekeken die effect hebben op het object.

Isaac Newton

Isaac Newton was een wetenschapper in de zeventiende eeuw. Hij is de belangrijkste grondlegger van de samenhang van bewegingen en krachten. Daarvoor heeft hij drie wetten opgesteld.

De eerste wet van Newton

Een voorwerp waarop de nettokracht nul is, beweegt met een constante snelheid in een rechte lijn of blijft stilstaan.

$F_{\text{res}} = 0 \Leftrightarrow v = \text{constant}$ of het voorwerp blijft stilstaan.

De tweede wet van Newton

Een nettokracht die niet nul is geeft een voorwerp een versnelling of een vertraging.

$$F_{\text{res}} = m \cdot a$$

De derde wet van Newton

Wanneer een voorwerp A een kracht uitoefent op een voorwerp B, dan zal het voorwerp B hetzelfde, tegengestelde kracht uitoefenen op het voorwerp A.

$$F_{\text{actie}} = -F_{\text{reactie}}$$

Onderwerp

Om te onderzoeken welke effecten krachten hebben op beweging heb ik ervoor gekozen gebruik te maken van een katapult. Op een katapult werken verschillende krachten bij het afvuren van een object. Daarnaast heeft het object ook verschillende bewegingen bij verschillende krachten. De reden dat ik gekozen heb voor de bouw

van een katapult is dat me erg in de natuurkunde interesseert. Daarnaast kan ik er wat van leren en kan ik er plezier in hebben.

Bij dit onderwerp heb ik de volgende hoofdvraag gesteld:

'Wat zijn de ideale omstandigheden bij het afvuren van een object met een katapult?'

Om deze hoofdvraag te beantwoorden maak ik gebruik van deelvragen. Door antwoord te geven op de deelvragen kan ik een uiteindelijk antwoord geven op de hoofdvraag.

Deelvragen:

1. Welke verschillende katapulten werden er in de middeleeuwen gebruikt?
2. Hoe wordt een katapult gebouwd?
3. Welk effect heeft de werphoek en de kracht op de hoogte, de afstand en de snelheid van een object?
4. Welke krachten en versnellingen heeft een object als deze wordt afgeschoten?

Voor dit onderzoek maak ik een eigen ontwerp van een katapult. Deze katapult wordt vervolgens ook gebouwd.

Om zo goed mogelijk proefjes uit te voeren en de deelvragen en hoofdvraag te beantwoorden, maak ik gebruik van een krachtmeter en ga ik werken met Coach 6. Coach 6 is een computerprogramma waarmee videometing kan worden uitgevoerd.

Hypothese

Ik verwacht dat de ideale werphoek 45 graden is. Met deze werphoek kan een object de hoogste afstand afleggen



Isaac Newton

Deelvraag 1

'Welke verschillende katapulten werden er in de middeleeuwen gebruikt?'

Er zijn tal van soorten katapulten. Vroeger gebruikte men de katapult vooral als vuurwapen. In die tijd was er weinig en mensen moesten improviseren. De katapult werd in de vijfde eeuw voor Christus uitgevonden door de Romeinen.

De katapult is te verdelen in twee hoofdgroepen:

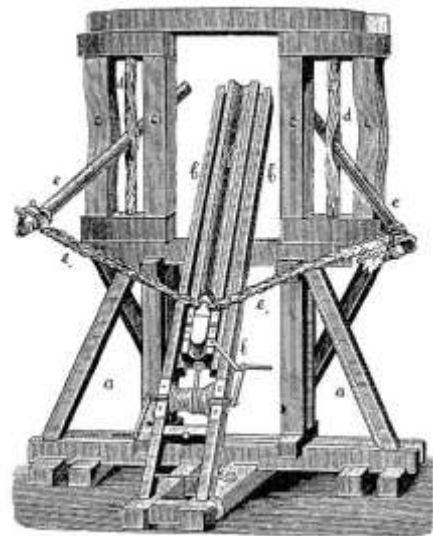
- Een katapult die een object in een hoge boogbaan werpt. Dit wil zeggen dat als er een object wordt afgeschoten, dat er een soort parabool wordt gevormd.
- Een katapult die een object in een relatief vlakke baan werpt. Hierbij komt al snel het kanon in beeld. Deze vuurt kogels af in een relatief rechte baan.

Mijn keuze is gevallen om een zogeheten 'krombaangeschut' te maken. Bij een krombaangeschut volgt de kogelbaan een kromme lijn. Onder een krombaangeschut vallen verschillende katapulten:

- Palintone
- Ballista
- Trebuchet
- Onager

Palintone¹

De palintone is een Grieks wapen, waarmee ze vroeger stenen mee afwierpen. In een houten constructie zitten 2 veren die bestaan uit windingen van pezen (samengevlochten draden). Hiermee kom er spanning op de armen van de katapult en kunnen er objecten mee worden afgevuurd. Dit waren vaak stenen, maar dit konden ook pijlen of speren zijn.



Palintone



Ballista²

De ballista is een Romeins wapen, waarmee ze oorspronkelijk stenen afwierpen. Dit veranderde later is een wapen dat pijlen wierp. Een gemiddeld formaat ballista kon stenen kogels van ongeveer 30 kilogram tot een afstand van 420 meter werpen.

¹ Gebaseerd op de informatie op <https://nl.wikipedia.org/wiki/Palintone>

² Gebaseerd op de informatie op <https://nl.wikipedia.org/wiki/Ballista>

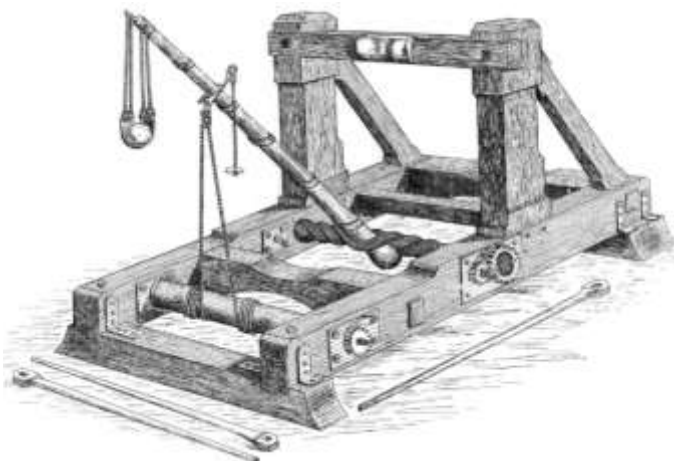
Trebuchet³

De trebuchet is een middeleeuws wapen dat gebruik maakte van een hefboomeffect. Dat wil zeggen dat een kleine trekbeweging op een kort stuk van de arm wordt omgezet in een grote beweging op de slingerarm. Wanneer een projectiel met de trebuchet wordt afgevuurd, neemt het projectiel de baan van een parabool aan. Een trebuchet is een groot en indrukwekkende katapult en staat vaak vast op één plaats. Om de slingerarm op spanning te zetten maakte men gebruik van katrollen, die door spierkracht werden aangetrokken. De trebuchet kon die tijd tot twee projectielen per uur van 50 tot meer dan 500 kilogram tot 400 meter weg slingeren.



Onager⁴

De onager is een Romeins wapen. Dit wapen maakt gebruik van mechanische energie om projectielen weg te schieten. De onager is een eenarmig krombaangeschut. De slingerarm van de onager bestaat uit windingen van pezen. Door deze windingen komt de slingerarm op spanning te staan. Als er een kracht op de slingerarm wordt uitgeoefend neemt de spanning in de pezen toe. De slingerarm wil dan weer naar de oorspronkelijke 'vorm' toe. De grootste Romeinse onagers waren 6,5 meter bij 2,5 meter, met een slingerarm van 4 meter. Deze katapult kon een steen van 25 kilogram tot wel 350 meter weg slingeren.



³ Gebaseerd op de informatie op <https://nl.wikipedia.org/wiki/Trebuchet>

⁴ Gebaseerd op de informatie op [https://nl.wikipedia.org/wiki/Onager_\(wapen\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Onager_(wapen))

Deelvraag 2

'Waar moet je aan denken bij het bouwen van een katapult?'

Op basis van de vorige deelvraag, waarin er werd gekeken naar verschillende katapulten in de middeleeuwen, heb ik een keuze gemaakt met welk soort katapult ik verder ga werken.

De keuze is gevallen op de onager. Mijn voorkeur gaat uit naar een katapult met een boogbaan. Daarnaast wil ik met de katapult verschillende proeven uit gaan voeren, zoals de baan van een projectiel en de krachten. Met de onager kan ik deze onderdelen goed bestuderen en er een onderzoek mee uitvoeren.

Om de onager te bouwen dient er eerst een ontwerp gemaakt te worden. Ook moet de katapult aan verschillende zaken voldoen:

- De katapult moet verschillende krachten kunnen opvangen, zoals spankrachten en trekkrachten.
- De katapult moet een stabiel geheel zijn.
- Met de katapult moet een projectiel in de vorm van een tennisbal worden afgevuurd.

Ontwerp

De katapult is opgebouwd uit verschillende delen:

- De houtconstructie
- De slingerarm
- Het afschietmechanisme om projectielen af te vuren

Om de katapult te bouwen is er eerst een ontwerp gemaakt. Dit is gedaan met het programma AutoCAD. Voor de katapult maak ik gebruik van een houten constructie die handmatig te bedienen is.

Om de slingerarm op spanning te zetten, wordt de arm in windingen van touw gezet. De slingerarm wil hierdoor altijd terug naar zijn oorspronkelijke staat. In dit geval is dat een hoek van 90° , loodrecht op de grond. Om nog voor extra spanning te zorgen, wordt er gebruik gemaakt van een elastiek die bevestigd kan worden op verschillende plaatsen op de slingerarm. Dit zorgt ervoor dat er onderzocht kan worden met verschillende groten van krachten.

Eerste ontwerp

Bij het maken van het eerste ontwerp, liep ik tegen enkele problemen aan:

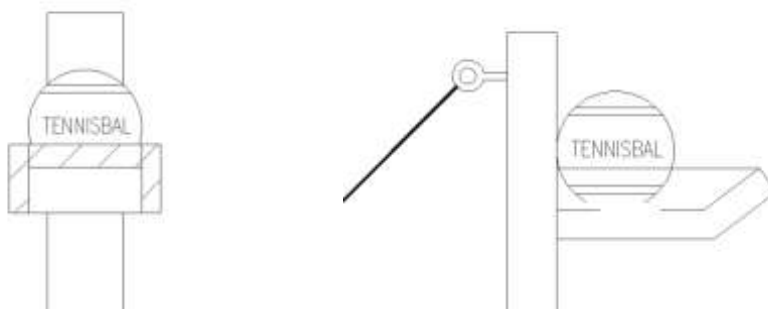
- Hoe laat ik een projectiel afvuren zodat deze een parabolbaan krijgt.
- Hoe zet ik de slingerarm op een gewenste werphoek.
- Hoe meet ik de kracht die nodig is op de slingerarm op spanning te zetten.

Om een projectiel af te vuren in een paraboolbaan heb ik er in eerste instantie voor gekozen om met een bakje te werken. Daarnaast heb ik voor de gewenste werphoek een handmatig systeem gemaakt waardoor de slingerarm op verschillende hoeken kunt vastzetten. Voor het meten van de kracht die er nodig is voor de slingerarm maak ik gebruik van een krachtmeter. Deze krachtmeter meet in kilogrammen en werkt met behulp van een veer die in de krachtmeter verwerkt zit. De krachtmeter wordt geplaatst tussen de slingerarm en het touw waarmee de slingerarm op een gewenste werphoek wordt gesteld.

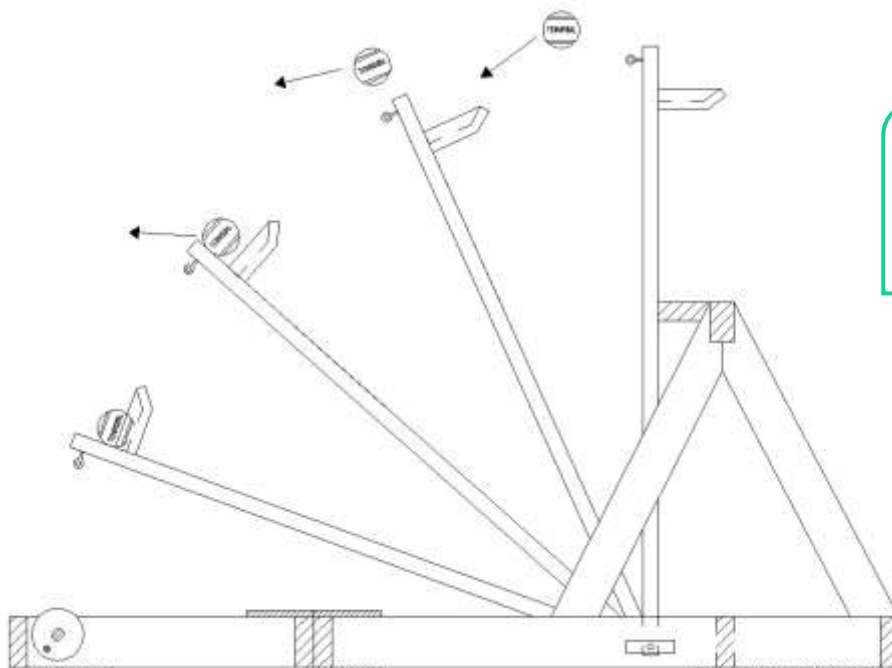


Ontwerp AutoCAD

Krachtmeter (pocket balance)



In dit ontwerp maak ik ervan gebruik om een tennisbal af te schieten met behulp van een bakje (bovenstaande afbeeldingen). Vervolgens ben ik met dit ontwerp gaan bouwen. Bij het testen van de katapult kwam er een probleem. Wanneer de slingerarm in een willekeurige hoek werd gezet en vervolgens werd losgelaten, viel de bal eruit nog voordat de bal een baan heeft afgelegd. Door de kracht waarmee de slingerarm naar zijn oorspronkelijke positie gaat, gaat de tennisbal niet parallel met deze beweging mee. De oorzaak hiervan is dat de tennisbal te licht is en dat de constructie van de bak te wenselijk overlaat. Er komt te veel drukkracht op de tennisbal waardoor de tennisbal al eerder dan gewenst uit het bakje gaat.



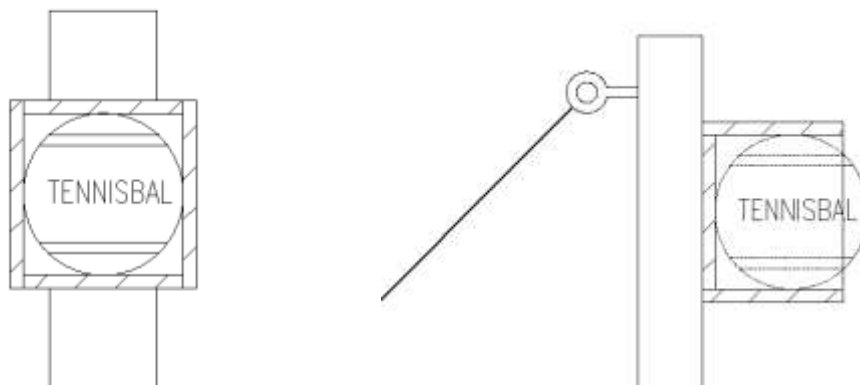
De bal wordt al uit het bakje geworpen voordat de tennisbal een baan kan afleggen.

Tweede ontwerp

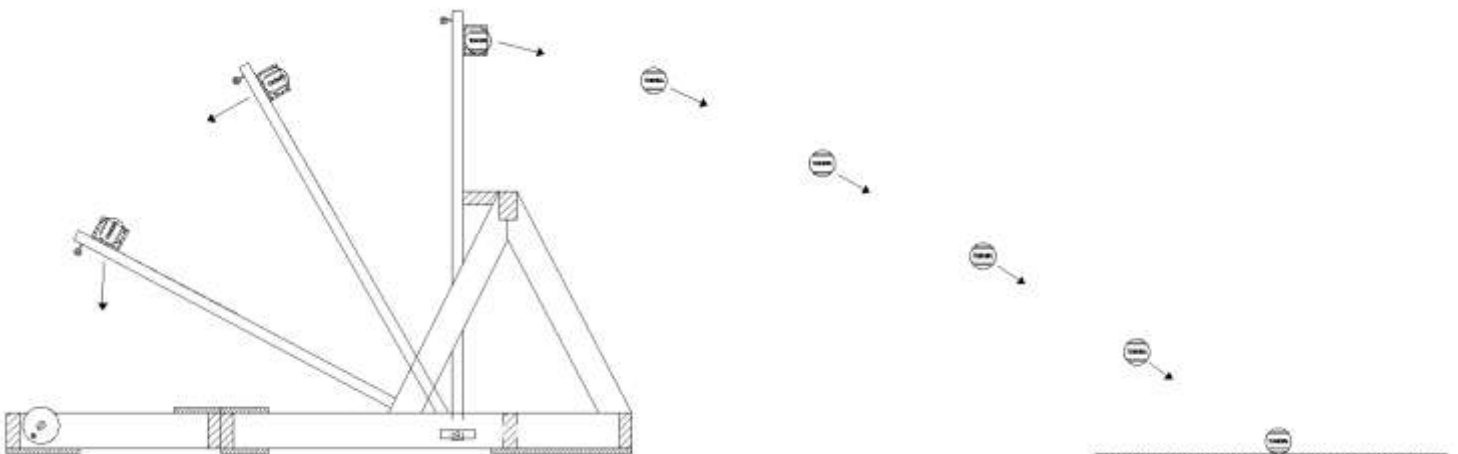
Om de problemen bij het eerste ontwerp op te lossen, moest er een tweede ontwerp komen. In dit ontwerp moet vooral gelet worden op de constructie op de tennisbal weg te werpen. Wanneer de slingerarm in een hoek wordt gezet, en vervolgens wordt losgelaten. Drukt de bal naar tegen de achterzijde van het bakje aan. Er moet dus een bakconstructie komen waardoor de tennisbal niet uit het bakje kan gaan.

Ontwerp AutoCAD

Hieruit is het volgende ontwerp gekomen:



In dit ontwerp druk de bal tegen de achterwand van het bakje aan. Omdat het een dicht bakje is, kan de tennisbal er niet uit voordat deze een baan heeft afgelegd. Tijdens het testen met dit ontwerp, ging de bal weer niet in de gewenste parabolbaan.



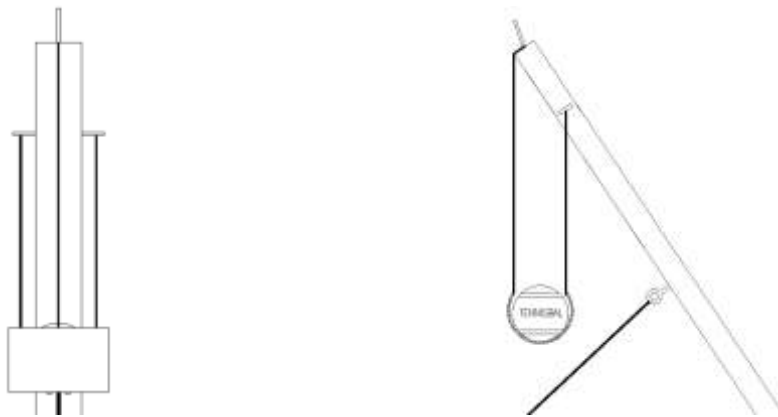
Bij dit ontwerp is te zien dat de bal meteen naar de grond gaat, nadat de bal uit het bakje gaat. Door de drukkracht blijft de bal tot aan het stoothout in het bakje zitten. Nadat het stoothout is geraakt vliegt de bal uit het bakje om vervolgens 2 meter verder op de grond te komen. Op de bal werken dan alleen een vertraging en de tegenwerkende krachten. Daarnaast kan er door deze constructie nooit een parabolbaan worden weergegeven.

Derde ontwerp

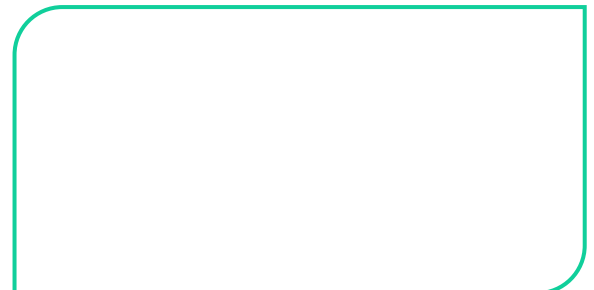
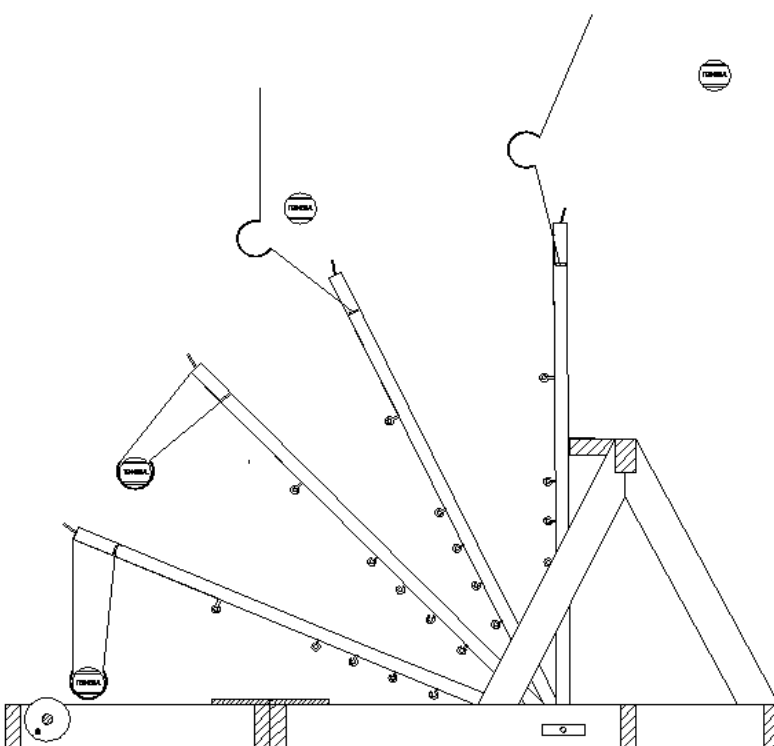
De tennisbal moet een parabolbaan krijgen. Om dit te creëren ga ik in het derde ontwerp van de katapult een ander afschietmechanisme voor de tennisbal gebruiken. Bij dit ontwerp wordt het gebruik gemaakt van een slinger. Door de tennisbal in een 'doek' te doen en deze vervolgens vast te maken aan de slingerarm, ontstaat er een slinger waardoor de bal een parabolbaan gaat volgen.

Ontwerp AutoCAD

Er wordt gebruikt gemaakt van het volgende ontwerp:



In dit ontwerp hangt de tennisbal in een 'doek'. Wanneer de slingerarm op een hoek wordt ingesteld, en er dus spanning zit op de slingerarm, wordt de bal door een slinger weggegooid. Door deze slinger krijgt de bal de gewenste parabolbaan. **In bijlage 1 is het gehele ontwerp van de katapult te vinden.**



De bouw van de katapult

Voordat er een begin kan worden gemaakt met het bouwen van de katapult, moeten eerst de benodigde materialen worden gehaald (zie hieronder). Vervolgens wordt de katapult gebouwd.

Hout

Soort hout	Afmetingen ontwerp	Constructiedeel	Aantal
Vurenhout	30 x 80 x 5020 mm	Grondconstructie	1
Vurenhout	40 x 70 x 2900 mm	Opvangconstructie slingerarm	1
Hardhout	25 x 40 x 1000 mm	Slingerarm	1
Triplex	10 x 60 x 150 mm	Plaatwerk	1
Beuk	Ø15 x 300 mm	Oprollen van touw	1

IJzerwaren

IJzerwaren	Constructiedeel	Aantal
Beugels	Beugels om constructie aan elkaar vast te zetten	2
Haken	Haken om de slingerarm verschillende krachten te zetten	4
Ogen	Om het touw aan de slingerarm te maken, en voor zijkanten katapult	10
Schroeven	-	50

Overig

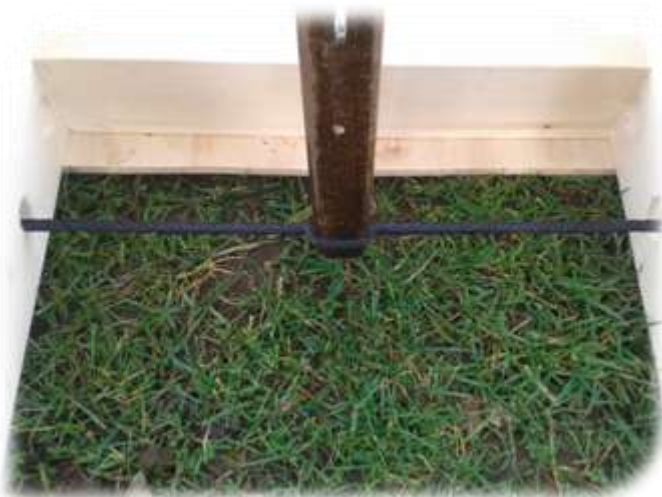
Materiaal	Constructiedeel	Aantal
Touw	Slingerarm op in opgewonden touw zetten	1
Touw	Voor aan 'doek' en voor slingerarm om werphoek zetten	1
'Doek'	Afschietconstructie	1
Elastiek	(Om extra kracht te creëren)	2
Krachtsmeter	(Om krachten te bepalen)	1
Tennisbal	-	3
Vloerbedekking	Als bescherming voor het hout die de slingerarm opvangt	1

Eindresultaat katapult





Vooranzicht



De werking van de katapult

Nadat de katapult is gebouwd kunnen er proeven mee gedaan worden. Om de katapult zo goed mogelijk te laten functioneren zijn er een aantal voorzieningen in de constructie aangebracht:

- Het afschietsysteem kan op verschillende punten worden vast gezet door middel van een pin. Hierdoor kun je de gewenste hoek voor de slingerarm afstellen.
- De slingerarm zit in het begin vast in touw, dit wordt ook wel een pees genoemd. Dit heeft als functie dat de slingerarm altijd weer terug gaat naar zijn oorspronkelijke stand. In deze katapult is de oorspronkelijke stand van de slingerarm 0 graden bij een verticale stand.
- Tussen de arm en het afschietsysteem is een krachtmeter geplaatst. Hierdoor is te bepalen met welke kracht de slingerarm in een hoek wordt gezet.
- Aan de constructie is een extra elastische spin toegevoegd. Dit zorgt voor een grotere kracht op de slingerarm. Deze spin kan op verschillende plaatsen op de slingerarm worden geplaatst.
- Het afschietsysteem is los te koppelen van de hoofdconstructie. Dit heeft als functie dat de katapult goed te vervoeren is.

De katapult werkt als volgt:

1. Plaats een tennisbal in de doek.
2. Plaats de elastische spin in één van de vier haken op de slingerarm, waardoor de gewenste sterkte te creëren is.
3. Verbind het touw van het afschietsysteem en de slingerarm door middel van een pin. Plaats daartussen de krachtmeter.
4. Rol het touw van het afschietsysteem op en stel de slingerarm in op de gewenste hoek. Zet het afschietsysteem vervolgens vast met een pin.
5. Trek de pin waarmee het afschietsysteem verbonden staat met de slingerarm weg.
6. De slingerarm komt los van het afschietsysteem en laat de tennisbal wegschieten.
7. De tennisbal legt nu een parabooolbaan af.



Deelvraag 3

'Welk effect hebben de werphoek en de kracht op de hoogte, de afstand en de snelheid van een object'

Om deze deelvraag te beantwoorden ga ik verschillende metingen met de katapult uitvoeren. In de metingen ga ik werken met verschillende krachten en verschillende werphoeken. Daarnaast gebruik ik als object een tennisbal.

Plan van aanpak

Voor het beantwoorden van deze deelvraag moet ik proefjes uitvoeren met behulp van de katapult. In deze proefjes wil ik de volgende dingen te weten komen:

- Wat zijn de hoogtes van de tennisbal bij verschillende werphoeken en krachten.
- Wat zijn de afstanden van de tennisbal bij verschillende werphoeken en krachten.

Om deze dingen te weten te komen film ik de katapult bij verschillende omstandigheden. Deze filmpjes verwerk ik vervolgens in het computerprogramma Coach 6. Door middel van videometen kan ik de hoogtes en afstanden van de tennisbal bepalen.

Benodigheden

- Camera
- Katapult
- Tennisbal
- Coach 6

Uitvoering

Voor deze proef ben ik naar een grasveld gegaan en heb daar een situatie neergezet. Op 15 meter van de katapult heb ik een statief met camera geplaatst om zo goed te kunnen filmen. Daarnaast heb ik tijdens het filmen een extra plank van 1,5 meter mee gefilmd. Dit is nodig voor het videometen om zo een schaal in het computermodel te geven. Bij deze proef onderzoek ik het volgende:

- De spankracht waarmee er aan de slingerarm wordt getrokken
- De tijd totdat de tennisbal de grond weer raakt
- De afgelegde weg van de tennisbal
- De maximale hoogte die de tennisbal bereikt
- De gemiddelde snelheid van de tennisbal

Benodigde tijd

Voor het filmen denk ik 3 uur bezig te zijn. Daarnaast denk ik voor het verwerken van de filmpjes in Coach 5 uur mee bezig te zijn.



Statief

Resultaten bij verschillende werphoeken en krachten

	Werphoek (in graden)	F _v (in N)	Haak	Tijd (in s)	Afstand (in m)	Max. hoogte (in m)	Gem. snelheid (in m/s)
1	10°	12,5	1	0,67	1,64	1,28	2,42
2	20°	15	1	0,89	3,74	1,70	4,09
3	30°	15	1	0,95	4,71	1,81	4,89
4	40°	17,5	1	1,03	6,28	1,92	5,89
5	50°	20	1	1,03	7,22	1,98	6,61
6	60°	25	1	1,03	7,08	1,91	6,71
7	70°	25	1	1,11	7,28	2,03	6,30
8	80°	30	1	1,22	7,15	2,44	5,64

	Werphoek (in graden)	F _v (in N)	Haak	Tijd (in s)	Afstand (in m)	Max. hoogte (in m)	Gem. snelheid (in m/s)
9	20°	15	2	0,73	1,91	1,34	2,67
10	30°	20	2	1,00	4,03	1,82	4,05
11	40°	22,5	2	1,09	5,83	1,95	5,36
12	50°	22,5	2	1,13	6,71	2,12	5,91
13	60°	27,5	2	1,10	7,46	2,06	6,63
14	70°	32,5	2	1,25	9,02	2,32	7,08
15	80°	55	2	1,34	9,93	2,69	7,17

	Werphoek (in graden)	F _v (in N)	Haak	Tijd (in s)	Afstand (in m)	Max. hoogte (in m)	Gem. snelheid (in m/s)
16	20°	17,5	3	0,76	1,71	1,31	2,39
17	30°	20	3	0,99	4,25	1,80	4,24
18	40°	25	3	1,19	5,36	2,36	4,54
19	50°	30	3	1,16	8,31	2,25	7,03
20	60°	40	3	1,24	10,05	2,36	7,90
21	70°	52,5	3	1,10	9,83	2,00	8,94

	Werphoek (in graden)	F _v (in N)	Haak	Tijd (in s)	Afstand (in m)	Max. hoogte (in m)	Gem. snelheid (in m/s)
22	20°	20	4	0,81	2,16	1,44	2,64
23	30°	22,5	4	0,96	3,88	1,82	4,16
24	40°	25	4	1,20	6,86	2,19	5,63
25	50°	35	4	1,20	8,96	2,26	7,26
26	60°	50	4	1,22	9,81	2,29	8,01
27	70°	65	4	1,25	9,80	2,43	7,66

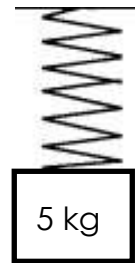
De veerkracht is bepaald door de gebruikte krachtmeter. De krachtmeter zit tussen de slingerarm en het afschietsysteem. Deze meter werkt door middel van een veer. Doordat er niet heel nauwkeurig een veerkracht bepaald kan worden, gebruik ik voor de gravitatiekracht (g) 10 N/kg. De veerkracht kan berekend worden met de wet van Hooke:

$$F_v = C \cdot u$$

Hierin is F_v de veerkracht in Newton, u de uitrekking in meter en C de veerconstante in N/m. Deze veer heeft de volgende veerconstante:

Als er aan de veer een massa van 5,0 kg wordt gehangen, krijgt de veer een uitrekking van 2,0 cm.

$F_z = ?$	$F_z = m \cdot g$
$m = 5,0 \text{ kg}$	$F_z = 5,0 \cdot 10$
$g = 10 \text{ N/kg}$	$F_z = 50 \text{ N}$
$F_v = 50 \text{ N}$	$F_v = C \cdot u$
$u = 0,02 \text{ m}$	$50 = C \cdot 0,02$
$C = ?$	$C = 2500 \text{ N/m}$



De veerconstante van deze veer is 2500 N/m. Dit wil tevens zeggen dat dit een erg stugge veer is.

Bij de uitvoering van de proef heb ik er voor gekozen om met verschillende krachten te gaan werken om zo een grotere afstand van de tennisbal te creëren. Om deze krachten te creëren heb ik gebruik gemaakt van een elastische spin. Daarnaast zitten er op de slingerarm, op verschillende afstanden, haken. In totaal zijn dit vier haken. Bij haak 1 (de eerste haak vanuit de grond gezien) wordt de minste kracht gecreëerd en bij haak 4 de grootste kracht. Bij het afstellen van de werphoek krijgt de elastische spin te maken met verschillende uitrekkingen. Deze zogenaamde relatieve rek kan berekend worden met de volgende formule:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Hierin is ϵ de relatieve rek (zonder eenheid), ΔL de uitrekking en L de beginlengte (beide in dezelfde eenheid). De beginlengte van de elastische spin is 62 cm.

Als er aan de elastische spin wordt getrokken, wordt de lengte van de elastische spin 85 cm. De relatieve rek is dan:

$\epsilon = ?$	$\epsilon = \Delta L / L$
$\Delta L = 85 - 62 = 23 \text{ cm}$	$\epsilon = 23 / 62$
$L = 62 \text{ cm}$	$\epsilon = 0,37$

De relatieve rek bij een uitrekking van 23 cm bedraagt 0,37, er kan ook gezegd worden dat de relatieve rek 37% bedraagt.
Hierbij hoort de volgende tabel:

	Werphoek (in graden)	Haak	L (in cm)	L bij uitrekking (in cm)	ΔL (in cm)	ϵ	ϵ in procenten (%)
1	10°	1	62	85	23	0,37	37
2	20°	1	62	92	30	0,48	48
3	30°	1	62	95	33	0,53	53
4	40°	1	62	99	37	0,60	60
5	50°	1	62	106	44	0,71	71
6	60°	1	62	110	48	0,77	77
7	70°	1	62	111	49	0,79	79
8	80°	1	62	115	53	0,85	85

	Werphoek (in graden)	Haak	L (in cm)	L bij uitrekking (in cm)	ΔL (in cm)	ϵ	ϵ in procenten (%)
9	20°	2	62	84	22	0,35	35
10	30°	2	62	88	26	0,42	42
11	40°	2	62	97	35	0,56	56
12	50°	2	62	102	40	0,65	65
13	60°	2	62	112	50	0,81	81
14	70°	2	62	115	53	0,85	85
15	80°	2	62	120	58	0,94	94

	Werphoek (in graden)	Haak	L (in cm)	L bij uitrekking (in cm)	ΔL (in cm)	ϵ	ϵ in procenten (%)
16	20°	3	62	80	18	0,29	29
17	30°	3	62	89	27	0,44	44
18	40°	3	62	103	41	0,66	66
19	50°	3	62	107	45	0,73	73
20	60°	3	62	114	52	0,84	84
21	70°	3	62	120	58	0,94	94

	Werphoek (in graden)	Haak	L (in cm)	L bij uitrekking (in cm)	ΔL (in cm)	ϵ	ϵ in procenten (%)
22	20°	4	62	83	21	0,34	34
23	30°	4	62	92	30	0,48	48
24	40°	4	62	100	38	0,61	61
25	50°	4	62	112	50	0,81	81

26	60°	4	62	116	54	0,87	87
27	70°	4	62	120	58	0,94	94

In bijlage 2 zijn de videometingen te vinden.

Uit de tabel is af te leiden dat de elastische spin niet in staat is om zijn dubbele lengte te behalen. De relatieve rek heeft bij deze elastische spin een maximum van 94%. Op het moment bij 94% is de elastische spin elastisch vervormd. Dit wil zeggen dat het materiaal, in dit geval de elastische spin, weer terug veert naar zijn oorspronkelijke vorm. Wanneer deze grens verbroken wordt, dus als de relatieve rek groter dan 94% wordt, dan is er sprake van een blijvende vervorming. Dit wordt ook wel een plastische vervorming genoemd. Het materiaal gaat dan niet meer terug naar zijn oorspronkelijke staat. In deze situatie zal de elastische spin knappen.

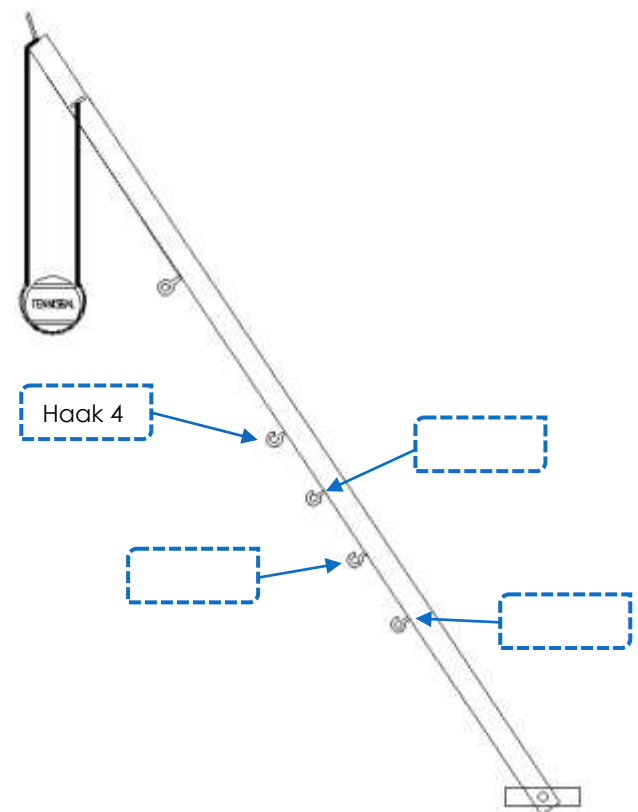
In de vorige tabel is te zien dat er niet bij elke haak tot dezelfde werphoeken is gegaan. Dit heeft dus als oorzaak dat de elastische spin zijn maximale uitrekking heeft behaald, en dus niet verder kan. Dit is het geval bij haken drie en vier. Bij beide haken is de maximale werphoek 70 graden.

Bij haak één is de maximale werphoek 80 graden terwijl de relatieve rek 85% is. Je zou dus kunnen stellen dat er ook met een haakse hoek (90 graden) gerekend kan worden. Dit is echter niet het geval omdat de constructie van de katapult dit niet toelaat.

Tevens staan er bij haken twee, drie en vier geen werphoeken van 10 graden bij, terwijl dit bij haak 1 wel het geval is. Wanneer de werphoek op 10 graden wordt gesteld bij haken twee, drie en vier is de afstand van de tennisbal niet waarneembaar. Dit komt door de te grote kracht in een te kleine slinger waardoor de tennisbal niet goed kan wegvliegen.

Haak 1

Bij een werphoek van 10 graden en een veerkracht van 12,5N krijgt de tennisbal een afstand van 1,64 meter. Als het aantal graden wordt verdubbeld naar 20 graden en de kracht 15N wordt krijgt de tennisbal een afstand van 3,74 meter. Bij een werphoek van 20 graden krijgt de tennisbal een twee keer zo'n grote afstand dan bij een werphoek van 10 graden. Met dit gegeven zou je dan moeten verwachten dat de tennisbal bij een werphoek van 40 graden een vier keer zo'n grote afstand moet hebben dan bij een werphoek van 10 graden. De afstand van de tennisbal bij een werphoek van 40 graden is 6,28 meter. De afstand van de tennisbal is inderdaad ongeveer vier keer zo groot geworden.



Echter als de werphoek groter wordt dan 40 graden gebeurt er iets met de afstand. De afstand wordt niet meer zoveel keer groter. Naarmate de werphoek groter wordt, neemt ook de hoogte en de gemiddelde snelheid van de bal toe. Dit heeft als gevolg dat de tennisbal weliswaar hoger en harder gaat maar niet dat de tennisbal een langere afstand krijgt.

Bij een werphoek van 80 graden wordt de afstand zelfs kleiner dan de afstand bij een werphoek van 70 graden. De hoogte van de bal neemt ten opzichte van een werphoek van 70 graden wel met 30 cm toe. Daardoor neemt de gemiddelde snelheid van de tennisbal af.

Optimale werphoek: 70 graden

Haak 2

In deze situatie van de katapult is er een afnemende stijging van de afstand van de tennisbal bij oplopende werphoeken. Daarnaast is er een stijging in de hoogte van de tennisbal en een stijging van de gemiddelde snelheid van de bal. De grootste afstand krijgt de tennisbal bij een werphoek van 80 graden. Er is dan een veerkracht van 55 N en een maximale relatieve rek. De tennisbal legt een afstand af van 9,83 meter.

Optimale werphoek: 80 graden

Haak 3

Bij de derde haak op de slingerarm zijn er optimale omstandigheden van de tennisbal bij een werphoek van 60 graden. Er is dan een veerkracht van 40N en de tennisbal legt een afstand van 10,05 meter af. Als de werphoek wordt vergroot met 10 graden neemt de afstand van de tennisbal af maar de hoogte van de tennisbal toe. Tevens is er een grotere veerkracht aanwezig. De tennisbal legt nu 9,83 meter af.

Optimale werphoek: 60 graden

Haak 4

Bij de vierde haak is de veerkracht bij verschillende werphoeken het grootst ten opzichte van de andere drie haken. Bij werphoeken van 60 en 70 graden legt de tennisbal dezelfde afstand af. Echter is veerkracht bij 60 graden kleiner dan bij 70 graden en is de gemiddelde snelheid bij 60 groter dan bij 70 graden.

Optimale werphoek: 60 graden

Het effect van de werphoek heeft als effect dat de afstand van de tennisbal wordt vergroot. Dit is wel afhankelijk van de veerkracht. Wanneer er bij dezelfde werphoek een grotere veerkracht wordt uitgeoefend wordt de afstand van de tennisbal groter. Daarnaast wordt ook de gemiddelde snelheid van de tennisbal groter bij een grotere veerkracht.

De hoogte van de tennisbal hangt af van de slinger die de tennisbal krijgt voordat het wordt afgeschoten. Hoe groter de kracht en de werphoek, hoe groter de slinger van de tennisbal. Met als gevolg dat de tennisbal een grotere hoogte krijgt.

Deelvraag 4

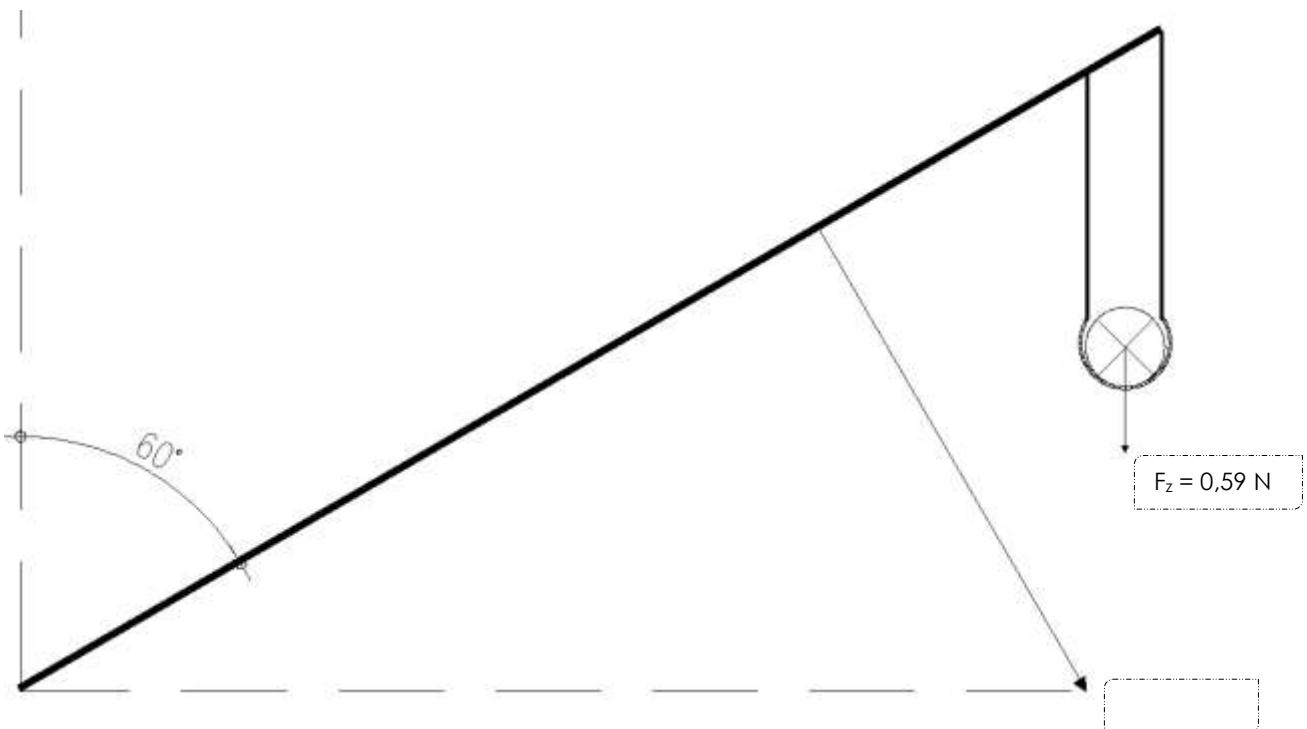
'Welke krachten en versnellingen heeft een object als deze wordt afgeschoten?'

Voordat de tennisbal wordt geworpen en tijdens de worp, heeft de tennisbal met allerlei omstandigheden te maken. In deze deelvraag ga ik kijken met welke krachten en snelheden de tennisbal te maken heeft.

Bij deze deelvraag maak ik gebruik van de optimale werphoek die in deelvraag 3 is bepaald. Dat is een werphoek van 60 graden met de elastische spin ingesteld op haak 3. Vanuit dit model ga ik berekeningen uitvoeren.

De volgende figuur geeft de beginsituatie weer van de katapult. Hierin spelen twee krachten een rol:

- De zwaartekracht van de tennisbal
- De veerkracht op de slingerarm



De tennisbal heeft een massa van 60 gram. De gravitatiekracht is 9,81 N/kg.

$$\begin{array}{l} F_z = ? \\ m = 60 \text{ g} = 0,060 \text{ kg} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} F_z = m \cdot g \\ F_z = 0,06 \cdot 9,81 \end{array} \right.$$

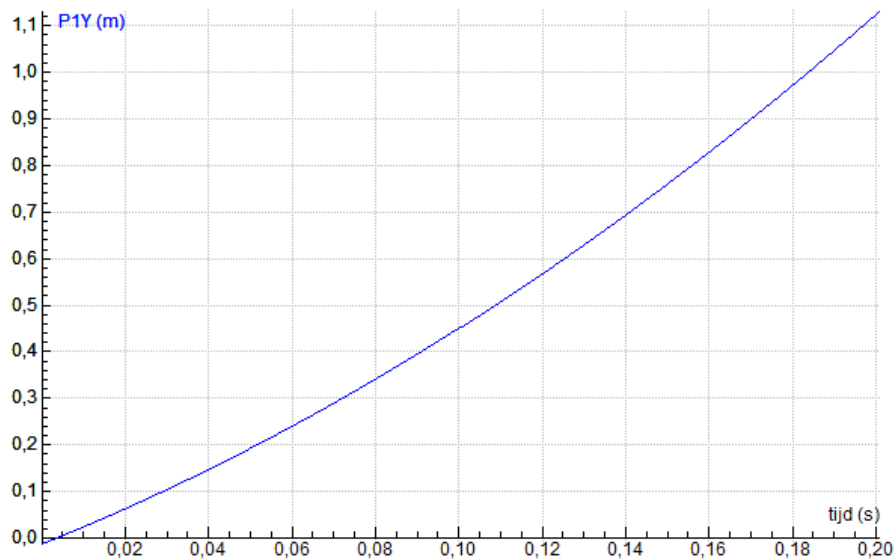
$g = 9,81 \text{ N/kg}$

$F_z = 0,59 \text{ N}$

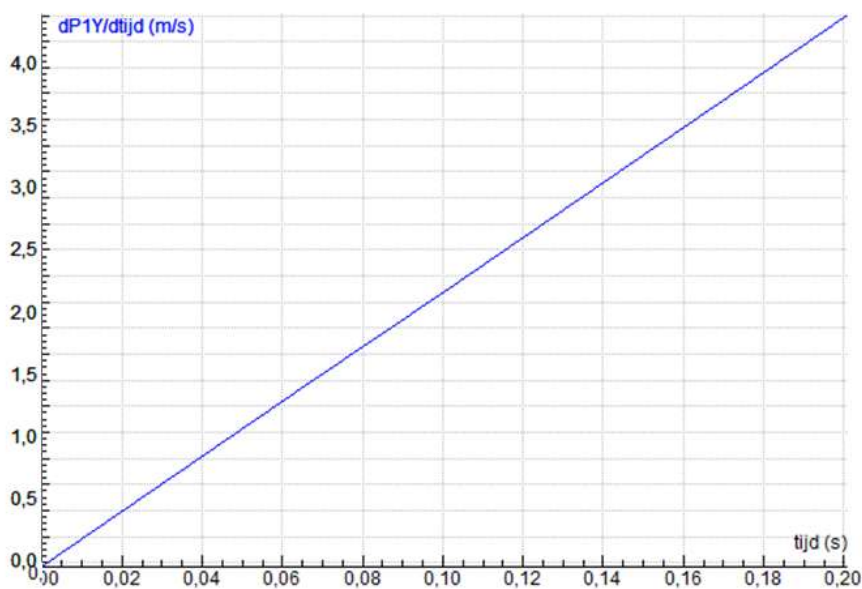
De veerkracht op de slingerarm bedraagt 40 N.

Tijdens de slinger krijgt de tennisbal te maken met een versnelling. De versnelling is hieronder weergegeven:

s,t-diagram



v,t-diagram



Tijd (in s)	Snelheid (in m/s)
0	0
0,03	0,70
0,07	1,41
0,10	2,12
0,13	2,82
0,17	3,53
0,20	4,24

Met de v,t -diagram kan de gemiddelde versnelling van de tennisbal worden berekend. Voor de gemiddelde versnelling is de formule:

$$a = \Delta v / \Delta t$$

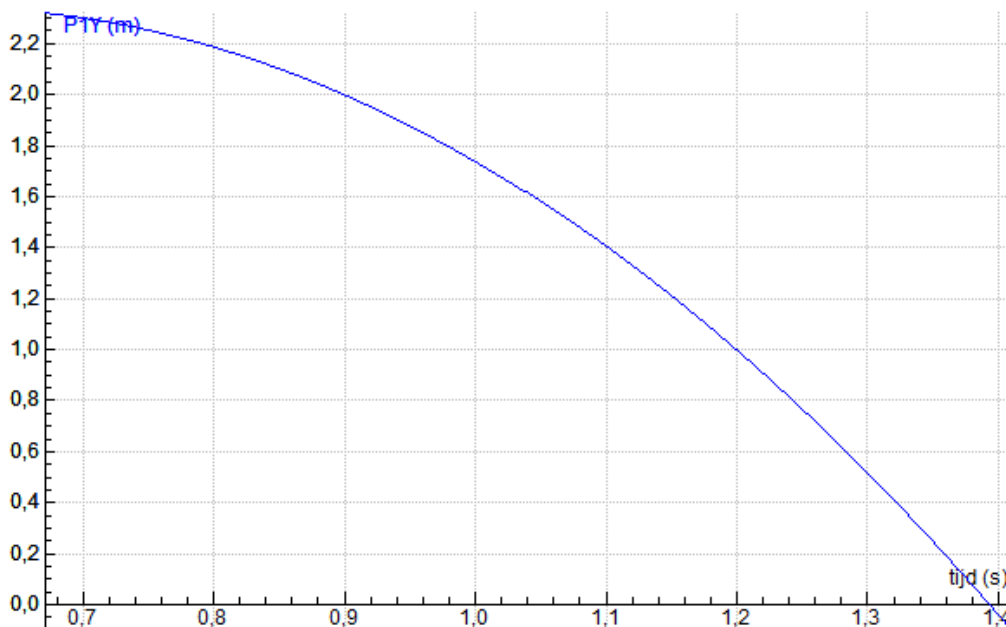
Hierin is a de gemiddelde versnelling in m/s^2 , Δv het verschil van de snelheid in m/s en Δt het verschil in tijd in s .

$$\begin{array}{l} a = ? \\ \Delta v = 4,24 \text{ m/s} \\ \Delta t = 0,20 \text{ s} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} a = \Delta v / \Delta t \\ a = 4,24 / 0,20 \\ a = 21 \text{ m/s}^2 \end{array} \right.$$

De versnelling die de tennisbal krijgt voordat de tennisbal afgeschoten wordt is 21 m/s^2 .

Nadat de tennisbal zijn maximale hoogte heeft bereikt, gaat de tennisbal weer naar beneden. Hierbij is een vertraging van toepassing:

s,t-diagram



v,t-diagram



Ook van deze v,t-diagram is een versnelling te berekenen, echter wordt de uitkomst negatief. Doordat de uitkomst negatief is, geeft dit aan dat het om een vertraging gaat.

$$\begin{array}{l} a = ? \\ \Delta v = -5,4 \text{ m/s} \\ \Delta t = 0,74 \text{ s} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} a = \Delta v / \Delta t \\ a = -5,4 / 0,74 \\ a = -7,3 \text{ m/s}^2 \end{array} \right.$$

De versnelling die de tennisbal heeft vanaf het hoogste punt tot aan de grond is $-7,3 \text{ m/s}^2$. Je kunt dus ook zeggen de vertraging van de tennisbal is $7,3 \text{ m/s}^2$.

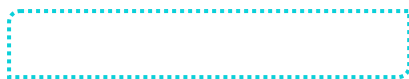
Naast het feit dat de tennisbal een versnelling en een vertraging heeft, krijgt de tennisbal ook met verschillende krachten te maken:

- Zwaartekracht
- Veerkracht
- Luchtweerstandskracht
- Nettokracht

De zwaartekracht van de tennisbal is $0,59 \text{ N}$. Dit zal gedurende de worp altijd hetzelfde blijven. De veerkracht speelt alleen een rol bij het afschietsysteem. Deze zorgt ervoor dat er kracht op de slingerarm komt te staan. In dit geval is de veerkracht 40 N .

Luchtweerstandskracht

Op het moment dat de tennisbal door de lucht vliegt, krijgt de tennisbal te maken met een luchtweerstandskracht. Deze luchtweerstandskracht is te berekenen met de formule:



Hierin is:

$F_{w,l}$ = de luchtweerstandskracht in N

ρ = de dichtheid van de stof waarin het object zich voortbeweegt in kg/m^3

v = de snelheid van het object in m/s

A = het geprojecteerde oppervlak van de tennisbal in de vliegrichting in m^2

C_w = de luchtweerstandscoefficiënt, deze is afhankelijk van de vorm van een object

De stof waardoor de tennisbal gaat is lucht. De dichtheid van lucht is $1,293 \text{ kg/m}^3$. De waarde voor de luchtweerstandscoefficiënt is afhankelijk van de vorm. In dit geval is de vorm een bol. De waarde voor de luchtweerstandscoefficiënt wordt daarom $0,47$ (zonder eenheid).⁵

⁵ De gegeven waarden zijn afkomstig uit de 6^e editie van Binas

De oppervlakte van de tennisbal is als volgt te berekenen:

$$A = 4\pi r^2$$

Hierin is r de straal van de tennisbal in meters.

De straal van de tennisbal is 6 cm. Dus 0,060 m.

$$A = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 0,060^2 = 0,045 \text{ m}^2$$

De totale oppervlakte van de tennisbal is $0,045 \text{ m}^2$. De geprojecteerde oppervlakte is de helft van de totale oppervlakte. Dus $(0,045 / 2 =) 0,023 \text{ m}^2$.

Voor de snelheid neem ik de gemiddelde snelheid tijdens de worp door de lucht. De gemiddelde snelheid is $7,90 \text{ m/s}$.

$$\begin{array}{l|l} F_{w,l} = ? & F_{w,l} = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A \cdot C_w \\ \rho = 1,293 \text{ kg/m}^3 & F_{w,l} = 0,5 \cdot 1,293 \cdot 7,90^2 \cdot 0,023 \cdot 0,47 \\ v = 7,90 \text{ m/s} & F_{w,l} = 0,43 \text{ N} \\ A = 0,023 \text{ m}^2 & \\ C_w = 0,47 & \end{array}$$

De luchtweerstandskracht die er gedurende de worp op de tennisbal werkt is $0,43 \text{ N}$.

Nettokracht

De nettokracht, de tweede wet van Newton, is in dit geval de voorwaartse kracht. De nettokracht wordt berekend met de formule:



Hierin is F_{res} de nettokracht in N, m de massa in kg en a de versnelling in m/s^2 .

$$\begin{array}{l|l} F_{\text{res}} = ? & F_{\text{res}} = m \cdot a \\ m = 0,060 \text{ kg} & F_{\text{res}} = 0,060 \cdot 21,2 \\ a = 21,2 \text{ m/s}^2 & F_{\text{res}} = 1,272 \text{ N} \end{array}$$

De nettokracht van de tennisbal is $1,3 \text{ N}$.

Te zien is dat de voorwaartse kracht groter is dan de tegenwerkende kracht. De voorwaartse kracht is $1,3 \text{ N}$ en de tegenwerkende kracht is $0,43 \text{ N}$. Dit moet ook wel zo zijn, anders kan de tennisbal geen afstand afleggen. Wanneer de voorwaartse kracht gelijk is aan de tegenwerkende kracht heeft de tennisbal geen snelheid of een constante snelheid. In dit geval heeft de tennisbal een versnelling.

De resulterende kracht van de tennisbal is:

$$F_{\text{resulterend}} = 1,272 - 0,43 = 0,84 \text{ N}$$

Conclusie

'Wat zijn de ideale omstandigheden bij het afvuren van een object met een katapult?'

Voordat ik aan dit profielwerkstuk begon, heb ik een hypothese gesteld. Ik verwachtte dat de ideale werphoek 45 graden zou zijn.

Om antwoord te geven op de hoofdvraag moet er het meest gekeken worden naar de resultaten bij deelvraag drie. Uit deze resultaten is te concluderen dat een werphoek van 60 graden in de meeste situaties het meest gunstig is. Om de tennisbal de hoogste afstand te laten afleggen.

Afstanden bij een werphoek van 60 graden bij verschillende veerkrachten:

Werphoek (in graden)	Veerkracht (in N)	Afstand (in m)
60°	25	7,08
60°	27,5	7,46
60°	40	10,05
60°	50	9,81

Te zien is hier dat er bij een veerkracht van 40 N de grootste afstand wordt afgelegd, namelijk 10,05 meter. Je zou eigenlijk zeggen dat hoe groter de kracht wordt, des te groter de afstand van de tennisbal. Dit blijkt echter niet zo te zijn in deze katapult.

Bij een werphoek van 60 graden en een veerkracht van 40 N heeft de tennisbal een gemiddelde snelheid van 7,90 m/s. Dit komt overeen met 28,4 km/h. De afstand legt de tennisbal in een tijdsduur van 1,24 seconden af. En krijgt daarnaast een maximale hoogte van 2,36 meter.

De ideale omstandigheden bij het afvuren van een object met deze katapult, in dit geval een tennisbal, is bij een werphoek van 60 graden en een veerkracht van 40 N.



Evaluatie

'Hoe vind je dat het proces verlopen is?'

Ik heb erg genoten om dit profielwerkstuk te maken. Ik heb geleerd te werken met coach en heb een eigen katapult mogen bouwen. Het ontwerpen en bouwen van de katapult vond ik het leukst. Ik liet mezelf er helemaal in meegaan en moest vaak praktisch goed nadenken.

Naast succes heb ik ook tegenslagen gekend. Dit begon bij de bouw van de katapult. En dan vooral over de baan die de tennisbal aflegde. Hier heb ik veel denkwerk aan besteed en ben ik op achterstand van het profielwerkstuk gekomen.

Nadat het probleem eindelijk verholpen was, ging de rest van het profielwerkstuk soepel. In het bouwen van de katapult, de filmpjes maken voor de videometing en de videometing zelf hebben mij de meeste tijd gekost. Achteraf had ik dit naar mijn mening beter moeten inplannen. Ik had er te weinig tijd voor uitgetrokken en kwam daarom op een achterstand. Dit is een verbeterpunt voor mijzelf.

Bijlagen

De volgende bijlagen zijn aanwezig:

- Bijlage 1 : ontwerp katapult AutoCAD
- Bijlage 2 : videometingen Coach 6
- Logboek

Literatuurlijst

Gebruikte boeken:

- Mark Dirken, e.a., Natuurkundeboek Newton, ThiemeMeulenhoff, Amersfoort 2014.
- NVON-commissie, Binas 6^e editie, Noordhoff Uitgevers bv, Groningen 2013.

Internet:

- Wikipedia, Trebuchet, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Trebuchet>, geraadpleegd op 9 november 2015.
- Wikipedia, Onager, [https://nl.wikipedia.org/wiki/Onager_\(wapen\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Onager_(wapen)), geraadpleegd op 9 november 2015.
- Wikipedia, Palintone, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Palintone>, geraadpleegd op 9 november 2015.

- Wikipedia, Ballista, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Ballista>, geraadpleegd op 9 november 2015.

Logboek

Logboek Profielwerkstuk	<i>Jeremy Jay Rösner</i>		Paraaf docent
Onderwerp:	Kinetica		
Hoofdvraag:	Wat zijn de ideale omstandigheden bij het afvuren van een object met een katapult?		
Datum	Wat heb ik gedaan aan het PWS? Welke resultaten heeft dat opgeleverd?	Tijdsduur (in minuten)	
7-sep-15	Op school voor eerste les PWS. Hierbij kregen we een uitleg en moesten we ideeën opdoen voor een onderwerp.	45	
10-sep-15	Zoeken naar een geschikt onderwerp voor het PWS. Ik heb uiteindelijk voor het onderwerp kinetica gekozen.	60	
14-sep-15	Op school voor brainstormen over subonderwerpen van het hoofdonderwerp. Dit met hulp van meneer Lauffer.	45	
17-sep-15	Hoofd- en deelvragen bedenken. Dit met behulp van computer en natuurkundeboek. Uiteindelijk heeft dit hoofd- en deelvragen opgeleverd.	120	
21-sep-15	Op school, inleveren van hoofd- en deelvragen.	45	
28-sep-15	Op school, uitleg over bronnenonderzoek. Vervolgens achter computer naar eventuele bronnen zoeken.	45	
4-okt-15	Zoeken naar eventuele bronnen en kijken in boeken. Invullen en inleveren bijlage 2.	75	
12-okt-15	Zoeken naar verschillende soorten katapulten. Keuze maken welke katapult.	100	
15-okt-15	Begin maken met ontwerp katapult	60	

20-okt-15	Ontwerpen katapult met AutoCAD	360	
21-okt-15	Ontwerpen katapult met AutoCAD	400	
22-okt-15	Afronden van ontwerp katapult. Ontwerp maken ging niet zonder slag of stoot. Veel dingen waar ik even tegenaan liep.	240	
23-okt-15	Hout halen in de bouwmarkt voor de katapult	150	
26-okt-15	Starten met de bouw van de katapult	360	
28-okt-15	Vervolg bouwen van katapult. Gaat langzamer met bouwen dan ik eigenlijk verwachtte.	240	
1-nov-15	Vervolg bouwen van katapult.	180	
4-nov-15	Extra materiaal halen in bouwmarkt voor de katapult.	180	
5-nov-15	Starten met schrijven van verslag. Beginnen met inleiding.	200	
5-nov-15	Vervolg bouwen katapult	120	
7-nov-15	Afronden van bouw van de katapult	60	
9-nov-15	Starten met schrijven van deelvraag 1. Ik loop wel achter op schema, dit komt door de lange bouw en ontwerp van de katapult.	200	
16-nov-15	Afmaken schrijven van deelvraag 1. Starten met schrijven deelvraag 2.	120	
28-nov-15	Schrijven van deelvraag 2	180	
12-dec-15	Filmpjes maken voor het videometen. Duurde langer dan verwacht.	240	
13-dec-15	Filmpjes verwerken in Coach. In totaal 27 filmpjes die verwerkt moeten worden, dat kostte erg veel tijd.	400	
22-dec-15	Schrijven van deelvraag 3	120	
23-dec-15	Vervolg schrijven van deelvraag 3	80	
24-dec-15	Schrijven van deelvraag 4	300	
29-dec-15	Afronding profielwerkstuk. Afmaken deelvraag 4 en conclusie schrijven.	120	
30-dec-15	Profielwerkstuk tot 1 mooi geheel maken.	60	
Totale tijdsduur:		4905	van de 4800